

Uma Propriedade Polinomial de Daugavet Alternativa

Elisa R. Santos*

*Faculdade de Matemática, UFU, MG, Brasil,
elisa@famat.ufu.br. Agradeço à FAPEMIG pelo apoio
financeiro.

Resumo

Seja X um espaço de Banach. Dizemos que X tem a *propriedade polinomial de Daugavet* (PDP) se todo polinômio fracamente compacto $P : X \rightarrow X$ satisfaz a equação $\|\text{Id} + P\| = 1 + \|P\|$. E dizemos que X tem a *propriedade polinomial alternativa de Daugavet* (APDP) se todo polinômio fracamente compacto $P : X \rightarrow X$ satisfaz a equação $\max\{\|\text{Id} + wP\| : |w| = 1\} = 1 + \|P\|$.

Apresentaremos um estudo sobre a estabilidade da propriedade polinomial alternativa de Daugavet sobre somas ℓ_∞, c_0 e ℓ_1 . Para uma sequência de espaços de Banach $(X_j)_{j=1}^\infty$, provaremos que $[\bigoplus_{j=1}^\infty X_j]_{\ell_\infty}$ (ou $[\bigoplus_{j=1}^\infty X_j]_{c_0}$) tem a APDP se, e somente se, todo X_j tem APDP. E mostraremos que se $[\bigoplus_{j=1}^\infty X_j]_{\ell_1}$ tem a PDP (resp. a APDP), então todo X_j tem a PDP (resp. a APDP). Este resultados generalizam resultados de Y. S. Choi et al. [1], M. Martín e T. Oikhberg [2], e P. Wojtaszczyk [4]. Fazendo uso desses, obteremos exemplos de espaços de funções a valores vetoriais que têm a propriedade polinomial alternativa de Daugavet quando o espaço imagem tem tal propriedade. Para uma medida σ -finita μ , um espaço de Hausdorff compacto K e um espaço de Banach X , provaremos as seguintes afirmações: $L_\infty(\mu, X)$ tem a APDP se, e somente se, μ é não-atômica ou X tem a APDP; $C(K, X)$ tem a APDP se, e somente se, K não possui pontos isolados ou X tem a APDP; se $L_1(\mu, X)$ tem a PDP (resp. APDP), então μ é não-atômica ou X tem a PDP (resp. APDP).

As demonstrações dos resultados enunciados acima estão disponíveis em [3].

Referências

- [1] CHOI, Y. S., GRACÍA, D., MAESTRE, M., MARTÍN, M. - The polynomial numerical index for some complex vector-valued function spaces. *Quart. J. Math.*, **59**, 455-474, 2008.
- [2] MARTÍN, M. & OIKHBERG, T. - An alternative Daugavet property. *J. Math. Anal. Appl.*, **294**, 158-180, 2004.
- [3] SANTOS, E. R. - An alternative polynomial Daugavet property. Preprint, 2014.
- [4] WOJTASZCZYK, P. - Some remarks on the Daugavet equation. *Proc. Amer. Math. Soc.*, **115**, 1047-1052, 1992.